

**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ «ТИСБИ»**

Кафедра математики

Утверждаю
зав. кафедрой
Л.Р. Пантелеева

Протокол заседания
кафедры № 9
от 06.04.2026

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины	Математика (Алгебра и геометрия)
По направлению подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Профиль подготовки	Инженерия информационных систем
Год набора	2025, 2026

Составитель:

к.т.н., доц. Пантелеева Л.Р.

Казань

Содержание

1. Цели и задачи учебной дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП	4
3. Требования к результатам освоения дисциплины	4
4. Структура и содержание дисциплины	6
4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций	6
4.2. Содержание дисциплины по темам (разделам)	11
4.3. Планы практических и семинарских занятий	12
4.4. Планы практической подготовки/лабораторных занятий	21
5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	21
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	23
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины	24
8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине	24
Приложение 1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	
Приложение 2. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	

1.Цели и задачи учебной дисциплины

Целью изучения дисциплины является освоение студентами основных вопросов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, необходимых для анализа и моделирования процессов и явлений в профессиональной деятельности; развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению; повышение общей математической культуры.

Задачи:

Задачами дисциплины являются освоение основ линейной и векторной алгебры; изучение матриц и детерминантов; анализ линий в плоскости и пространстве; исследование плоскостей в пространстве; изучение квадратичных кривых; изучение поверхностей второго порядка; развитие навыков линейной алгебры; применение аналитической геометрии.

После изучения курса студент должен:

Знать основы линейной алгебры и аналитической геометрии.

Уметь решать стандартные задачи из области линейной алгебры и аналитической геометрии;

Владеть навыками применения математических методов для решения прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 учебного плана подготовки бакалавра по направлению **09.03.01 — Информатика и вычислительная техника**.

До начала изучения дисциплины «Математика (алгебра и геометрия)» у студента должны быть сформированы компоненты компетенций, полученных в результате изучения математических дисциплин школьного курса (Алгебра и начала анализа; Геометрия). Дисциплина «Математика (алгебра и геометрия)» находится во взаимосвязи с дисциплинами согласно схеме:

Обеспечивающие учебные дисциплины

↓ Алгебра и начала анализа (школьный курс),
↓ Геометрия (школьный курс)

Математика (алгебра и геометрия)

Обеспечиваемые учебные дисциплины

↓ Математика (математический анализ)
↓ Программирование
↓ Дифференциальные уравнения
Теория вероятностей и математическая статистика
Введение в искусственный интеллект

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Дисциплина участвует в формировании следующей компетенции в соответствии с ФГОС ВО по направлению «Информатика и вычислительная техника»:

ОПК-1. «Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности».

После освоения дисциплины студент должен получить следующие образовательные результаты, соотнесённые с индикаторами достижения компетенций

Индикаторы	Результаты обучения по дисциплине
Компетенция ОПК-1	
ОПК -1.1 Знать: основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования.	Знает основы высшей математики в части линейной алгебры и аналитической геометрии;
ОПК -1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Умеет решать стандартные задачи из области линейной алгебры и аналитической геометрии;
ОПК -1.3 Владеть: методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владет навыками применения математических методов и теоретического исследования для решения прикладных задач.

4. Структура и содержание дисциплины.

4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часов).

Модульная разбивка учебной дисциплины					
Направление: Информатика и вычислительная техника					
Дисциплина: «Математика (Алгебра и геометрия)»					
Наименование модулей	Количество ауд. часов		Самостоятельная работа	Всего часов	Индикаторы компетенции
	Лекции	Практики			
Модуль 1: «Матрицы и определители»					
Тема 1: Матрицы, операции над матрицами, свойства операций.	2	4	10	16	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Тема 2: Обратные матрицы. Ранг матрицы.	2	4	10	16	
Тема 3: Определители, их свойства. Алгебраические дополнения и миноры, связь между ними. Вычисление определителей (частный случай формулы Лапласа)* Базисный минор, теорема Кронекера–Капелли.	4	8	10	22	
Модуль 2: «Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Векторы»					
Тема 4: Решение СЛАУ методом обратной матрицы. Теорема Крамера. Метод Гаусса.	4	8	12	24	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
Тема 5: Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Декартовы координаты векторов*	2	4	10	16	
Тема 6: Скалярное, векторное и	2	4	10	16	

смешанное произведения векторов. Свойства произведений					
Модуль 3: «Плоскость и прямая»					
Тема 7: Плоскость, различные виды уравнений плоскостей. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.	2	4	10	16	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
Тема 8: Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве*	2	4	10	16	
Тема 9: Прямая линия на плоскости. Типы уравнений прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых*	4	8	12	24	
Модуль 4: Кривые и поверхности второго порядка. Комплексные числа. Линейные пространства.					
Тема 10: Кривые второго порядка. Канонические уравнения кривых. Поверхности второго порядка*	2	4	10	16	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
Тема 11: Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая запись комплексных чисел и операции над ними. Формула Муавра.	2	4	10	16	
Тема 12: Линейные пространства и собственные векторы.	2	4	12	18	
Подготовка к экзамену			36	36	
ИТОГО	30	60	162	252	

*Данная тема изучается с элементами интерактивных методов обучения

Пояснительная записка с этапами формирования компетенций

Данный курс разбит на четыре логически завершенных и взаимосвязанных между собой модуля, которые охватывают весь материал дисциплины, обеспечивают приобретение образовательных результатов в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами. Порядок

освоения модулей выстраивает траекторию и этапы формирования заявленных компетенций (или их составляющих).

Каждый модуль определяется разделом учебного материала, и представляет собой законченный блок информации. По каждой теме в соответствии с учебным планом читаются лекции и проводятся практические занятия. Предусмотрена индивидуальная самостоятельная работа, состоящая из подготовки к разделам, выделенным для самостоятельного изучения, подготовки к практическим занятиям по соответствующим темам с использованием лекционного материала, учебных пособий, учебно-методических комплексов, Internet-ресурсов, а также рекомендованной дополнительной литературы.

После прохождения первого модуля – «Матрицы и определители», включающего в себя три темы, будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен *знать* виды матриц; исчисление матриц: умножение на число, сложение, умножение, транспонирование матриц; разложение определителя по элементам строки и столбца, вычисление ранга матрицы; необходимые и достаточные условия существования обратной матрицы.
2. Студент должен *уметь* осуществлять операции над матрицами; доказывать свойства определителей; обосновывать существования обратной матрицы.

Уровень освоения полученных знаний и умений проверяется устным и тестовым опросом, решением практических задач (контрольная работа или индивидуальное домашнее задание).

Модуль 2 «Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Векторы» включает в себя три темы.

В результате прохождения второго модуля будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен *знать* виды систем линейных уравнений, элементарные преобразования систем линейных уравнений; виды решений: общее, частное, базисное;
2. *Знать* понятие вектора; разложение вектора по ортам координатных осей; скалярное, векторное, смешанное произведения векторов; определения линейно зависимых и линейно независимых систем векторов и их свойства, базиса и ранга системы векторов линейные операции над векторами.
3. Студент должен *уметь* обосновывать метод Гаусса для решения системы линейных уравнений, определять длину и направление вектора; доказывать свойства векторов, свойства скалярного, векторного, смешанного произведения векторов; вычислять угол между векторами, площади параллелограм-

ма и треугольника, объемы параллелепипеда и треугольной пирамиды через векторы.

4. Студент должен *владеть* методами решения задач линейной и векторной алгебры.

По результатам освоения модуля проводится устный, тестовый опрос и решаются практические задачи (контрольная работа и индивидуальное домашнее задание).

Модуль 3 «Плоскость и прямая» включает в себя три учебные темы.

В результате прохождения второго модуля будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен *знать* виды уравнений прямой на плоскости; условия параллельности и перпендикулярности прямых; знать различные формы уравнений прямой на плоскости; вычислять угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.
2. Студент должен *уметь* обобщать уравнения прямой на плоскости на случай трехмерного пространства.
3. Студент должен *владеть* методами решения задач аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.

По результатам освоения модуля проводится устный, тестовый опрос и решаются практические задачи (контрольная работа или индивидуальное домашнее задание).

Модуль 3 закрепляет теоретические основы векторной алгебры к решению задач на плоскости и в пространстве; умение решать задачи данного модуля является необходимой основой многих прикладных дисциплин, в частности, компьютерной графики.

Модуль 4 «Кривые и поверхности второго порядка. Комплексные числа. Линейные пространства» включает в себя три учебные темы.

В результате прохождения второго модуля будут получены следующие образовательные результаты:

1. Студент должен *знать* кривые второго порядка; комплексные числа; линейные пространства; понятия собственных значений и собственных векторов матрицы.
2. Студент должен *уметь* обобщать уравнения кривых второго порядка на случай поверхностей второго порядка; выполнять действия над комплексными числами; находить характеристический многочлен матрицы и его корни, собственные векторы матрицы.
3. Студент должен *владеть* алгебро-геометрическими методами при решении прикладных задач.

Модуль 4 знакомит студентов с обобщением ранее введенных понятий, формирует и развивает логическое и алгоритмическое мышление. Он способствует воспитанию высокой математической культуры мышления, развивает способность к обобщению, анализу и абстрактному мышлению.

По результатам освоения модуля проводится устный опрос и решаются практические задачи (индивидуальное домашнее задание и контрольная работа).

Уровень освоения полученных знаний и умений проверяется решением практических задач в соответствии с темами изучаемого модуля, проведением контрольных работ или компьютерным тестированием.

Данное деление дисциплины на модули активизирует самостоятельную работу студентов, повышает интенсивность и системность учебной работы, регулирует контроль учебной деятельности студентов в течение семестров, усиливает мотивацию студентов к изучению учебного материала.

Контроль знаний и умений является неотъемлемой частью процесса освоения учебного материала и включает в себя следующие формы: текущий контроль и промежуточный контроль.

Интерактивные методы обучения:

В условиях лекционно-семинарской системы обучения актуально создавать проблемные ситуации в процессе изложения теоретических вопросов (на лекциях) и на практических занятиях – при обучении методам решения. Приведем пример.

Тема: «Векторы»

Вопросы:

1) Основные определения, операции над векторами; 2) Геометрическая интерпретация линейных операций над векторами; 3) Линейная зависимость и независимость векторов, 4) Базис векторного пространства.

Цели:

1) **Образовательная.** Обобщить известные понятия из школьного курса о векторах на случай n -мерных векторов, познакомить с новыми понятиями.

2) **Логическая.** Способствовать развитию математической культуры студентов, развитию логического мышления и формированию корректности математической речи и математических суждений.

3) **Воспитательная.** Воспитание трудолюбия в процессе решений конкретно поставленных задач, доведения работы до логического конца. Для достижения поставленных целей лектором были выделены **3 этапа** в процессе чтения лекции.

1-й этап. Постановка задач.

2-й этап. Студенты потока разбиваются на 10 подгрупп. Четные подгруппы отвечают на номера четных вопросов, нечетные подгруппы на – нечетные. Время ответов ограничено (10-15 мин.). В своих подгруппах студенты могут коллективно обсуждать пути решений, совещаться, находить оптимальные решения и верные ответы. Создается

соревновательная атмосфера, студенты самостоятельно обобщают известный ранее алгоритм линейной зависимости и независимости столбцов матрицы на случай векторов.

3-й этап. Подводятся итоги решений предложенных вопросов. За активность, участие и правильность ответов каждая команда зарабатывает баллы, которые впоследствии добавляются к баллам модулей в электронном журнале по этому разделу курса.

Далее лекция продолжается в стандартном режиме.

4.2 Содержание дисциплины по темам (разделам)

Раздел 1

Основные алгебраические структуры

Понятие матрицы, виды матриц, операции над матрицами, свойства операций. Определители квадратных матриц (1^{го}, 2^{го}, 3^{го} порядков). Обобщение понятия определителя на случай n-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Вычисление определителей высших порядков. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Ранг матрицы. Различные подходы к нахождению ранга матрицы.

Раздел 2

Векторные пространства и линейные отображения

Системы "n"-линейных уравнений с "n"-переменными. Решение систем методом обратной матрицы и по формулам Крамера. Метод Гаусса.

Система "m"-линейных уравнений с "n"-неизвестными. Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Векторы на плоскости и в пространстве. N-мерный вектор и векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Линейные операторы. Комплексные числа. Различные формы записей комплексных чисел; операции над комплексными числами, свойства операций.

Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Раздел 3

Аналитическая геометрия

Уравнения линии на плоскости, уравнение прямой с угловыми коэффициентами, общий вид прямой, уравнение прямой в отрезках. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые 2^{го} порядка. Уравнение окружности. Вывод канонических уравнений кривых – эллипса, гиперболы, параболы. Основные виды поверхностей второго порядка.

Плоскость, уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости в отрезках. Различные виды уравнений прямой линии в пространстве.

4.3 Планы практических и семинарских занятий

Методические указания

1. На каждом практическом занятии студентам выдается домашнее задание. Оно состоит из двух составляющих:

- 1) Теоретической части,
- 2) практической части.

Задание рассчитано на 1,5 часа. Каждое практическое занятие начинается с проверки домашнего задания, даются указания для решения задач, вызвавших затруднения. Эта часть занятия занимает не более 10 минут.

Тема 1

Матрицы, операции над матрицами

Типовые задачи:

1. Найти произведение матриц AB и установить существует ли BA , если:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Дана матрица: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите квадрат этой матрицы.

3. Найти произведения матриц: CD и DC , если:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Примеры тестовых заданий:

1. Найти $2A + B^T$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Возможные ответы: 1) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & 5 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

2. Найти произведение матриц: $A \times B$, если матрицы таковы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Возможные ответы: 1) произведение $A \times B$ не существует;

$$2) \begin{pmatrix} 2 & -6 & 5 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & -8 & 5 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & 23 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Среди предложенных ниже матриц выбрать пару коммутативных матриц, т.е. таких, для которых справедливо свойство $A \times B = B \times A$.

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Возможные варианты ответов:

1); 2); 3); отсутствуют коммутативные матрицы.

Тема 2

Обратные матрицы. Ранг матрицы

Типовые задачи:

1. Найти обратную матрицу A^{-1} для матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 2 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

2. Найти обратную матрицу A^{-1} для матрицы: $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -9 & 10 \end{pmatrix}$

3. Найти ранги матриц: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

4. Вычислить ранг матрицы, записать базисный минор матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ -6 & 12 & -6 & 9 & 3 \\ 3 & -6 & 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Примеры тестовых заданий:

1. Существуют ли обратные матрицы для матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

Возможные варианты ответов: 1) Да; 2) нет.

2. При каких значениях l существует матрица, обратная следующей матри-

$$C = \begin{pmatrix} l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & l \end{pmatrix}?$$

Возможные варианты ответов:

1) $l=0$; 2) $l \neq 0$; 3) матрица не имеет обратной.

Тема 3

Определители и их свойства

Типовые задачи:

1. Вычислить определитель двумя способами: а) разложив по элементам 2-ой строки; б) предварительно получив нули в 2-ом столбце;

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислить определитель путем сведения его к треугольному виду:

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}.$$

3. Вычислить определитель, предварительно получив нули в 3-ем столбце:

$$D = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Примеры тестовых заданий:

1. Изменится ли значение определителя, если к каждой строке, кроме последней, прибавить последнюю строку?

Возможные варианты ответов: 1) Изменится; 2) Не изменится.

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

Возможные варианты ответов: 1) 8; 2) 10; 3) -8.

3. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 0 & 6 \\ 8 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

Возможные варианты ответов: 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.

Тема 4

Решение СЛАУ методом обратной матрицы.

Теорема Крамера. Метод Гаусса

Типовые задачи:

1. Найти решение системы уравнений:
$$\begin{cases} x - 3y - 3z = 5 \\ 2x + 2y - 4z = -1 \\ 2x - 2y + 4z = 2 \end{cases}$$

а) с помощью обратной матрицы; б) по формулам Крамера.

2. Найти общее решение СЛАУ методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 2 \\ -6x_1 + 12x_2 - 6x_3 + 9x_4 = 3 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

Примеры тестовых заданий:

1. Исследовать систему
$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 0 \\ -x_1 + 3x_3 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

Возможные варианты ответов:

- 1) система имеет единственное решение,
- 2) система имеет бесчисленное множество решений,
- 3) система несовместна.

2. При каких условиях решение однородной системы линейных уравне-

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0 \end{cases} \text{ имеет вид } x_1 = -\frac{a_{12}x_2 + a_{13}x_3}{a_{11}}.$$

Возможные варианты ответов:

$$1) a_{11} \neq 0, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = 0,$$

$$2) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0, 3) a_{11} \neq 0, \frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{22}} = \frac{a_{13}}{a_{23}}.$$

Тема 5

Векторы. Линейные операции над векторами.

Линейная зависимость и независимость векторов

Типовые задачи:

1. Даны вектора: $\vec{a} = (1, 3, 4)$, $\vec{b} = (2, 2, -1)$, $\vec{c} = (3, 1, -1)$. Образуют ли вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ базис?
2. Может ли вектор $\vec{a}$ составлять с координатными осями углы: $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 150^\circ$, $\gamma = 450^\circ$?

Примеры тестовых заданий:

1. При каких значениях параметра λ система векторов a_1, a_2, a_3 является

$$\text{линейно зависимой: } a_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Возможные варианты ответов: 1) $\lambda = 2$, 2) $\lambda = 0$, 3) $\lambda = 4$.

2. Известно, что $|\vec{a} - \vec{b}| = 5$, $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$. Указать λ , если $\vec{b} = \lambda \vec{a}$.

Возможные варианты ответов: 1) $\lambda = 0,6$; 2) $\lambda = -0,6$; 3) $\lambda = -\frac{5}{3}$.

Тема 6

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Свойства произведений

Типовые задачи:

1. Дано: $\vec{a} = 3\vec{m} - \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$,
 $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.

Найти: 1) $\vec{a} \times \vec{b}$, 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(2\vec{a} - 3\vec{b})$, 3) $\cos(\angle \vec{a} + 2\vec{b}, 3\vec{a})$.

2. Дано: $A_1 B_1 C_1 D_1$ - пирамида. Вершины пирамиды: $A_1(-2, 2, 2)$,

$B_1(1, -3, 0)$, $C_1(6, 2, 4)$, $D_1(5, 7, -1)$. Найти: а) длину ребра $A_1 B_1$;

б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{A_1 B_1}$ и $\overrightarrow{A_1 C_1}$;

в) площадь основания $A_1 B_1 C_1$ пирамиды; г) объём пирамиды.

Примеры тестовых заданий:

1. Какие из предложенных ниже выражений есть скалярное произведение $(\vec{a}, \vec{b})$ векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$?

1) $|\vec{a}| |\vec{b}| \sin j$, 2) $|\vec{a}| |\vec{b}| \cos j$, 3) $|\vec{a}| \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b}$, 4) $|\vec{b}| \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$, 5) $|\vec{a}| \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$, 6) $|\vec{b}| \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b}$.

2. Может ли смешанное произведение векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ превосходить произведение длин этих векторов?

Возможные варианты ответов: 1) да, 2) нет.

3. Найти векторное произведение $[\vec{i}, \vec{k}]$.

Возможные варианты ответов: 1) $-\vec{j}$; 2) $\vec{j}$; 3) 0.

Тема 7

Плоскость, различные виды уравнений плоскостей.

Угол между плоскостями

Типовые задачи:

1. Найти точки пересечения плоскости $2x - 3y - 4z - 24 = 0$ с осями координат.

2. Подобрать коэффициенты l и m так, чтобы пара уравнений определяла параллельные плоскости: $2x + ly + 3z - 5 = 0$, $mx - 6y - 6z + 2 = 0$.

3. Подобрать коэффициент l так, чтобы пара уравнений определяла перпендикулярные плоскости: $lx - 4y + z = 0$, $lx + y - 5z - 1 = 0$.

Примеры тестовых заданий:

1. Определить координаты нормального вектора плоскости: $2x - 3y - 4z - 24 = 0$.

Возможные варианты ответов: 1) (2; 3; 4), 2) (2; -3; -24), 3) (2; -3; -4)

2. Заданы уравнения двух плоскостей:

а) $2x - 3y - z - 24 = 0$; б) $2x - 3y + 13z - 24 = 0$. Определить их взаиморасположение.

Возможные варианты ответов:

а) плоскости параллельны; б) перпендикулярны; в) образуют угол в 30° .

Тема 8 Прямая в пространстве.

Различные виды уравнений прямой в пространстве

Типовые задачи:

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(5;3;4)$ и параллельно вектору: $\mathbf{a}=(1;2;3)$.
2. Даны точки: $A(-1;2;3)$ и $B(2;-3;1)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;-1;2)$ параллельно вектору $\overline{AB}$.
3. Записать уравнение прямой в канонической форме, если общий вид:
$$\begin{cases} 2x - 3y + z + 4 = 0 \\ x + y - 2z - 3 = 0 \end{cases}$$
4. Найти угол между прямыми: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$

Примеры тестовых заданий:

1. Каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2,0,-3)$ параллельно вектору $\mathbf{a} = (2,-3,5)$ имеет вид...

Возможные варианты ответов:

- 1) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$, 2) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-5}{-3}$
2. Угол между прямыми: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{\sqrt{2}}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{-\sqrt{2}}$ равен...

Возможные варианты ответов: 1) прямые параллельны; 2) 90° ; 3) 45° .

Тема 9 Прямая на плоскости

Типовые задачи:

1. Определить при каких значениях a и b две прямые: $ax - 2y - 1 = 0$, $6x - 4y - b = 0$
1) имеют одну общую точку; 2) параллельны; 3) совпадают.
2. Даны уравнения сторон прямоугольника $2x - 3y + 5 = 0$, $3x + 2y - 7 = 0$ и одна из его вершин $A(2;-3)$. Составить уравнения двух других сторон прямоугольника.

3. Даны вершины треугольника $M_1(2;1)$, $M_2(-1;-1)$, $M_3(3;2)$. Составить уравнения его высот.

Примеры тестовых заданий:

1. Угол между прямыми: $2x - y + 7 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ равен... Возможные варианты ответов: 1) 0° ; 2) 45° ; 3) 90° .
2. Найти расстояние между прямыми: $y = -0,75x + 6$, $3x + 4y - 12 = 0$.
Возможные варианты ответов: 1) 2; 2) 3; 3) прямые совпадают.

**Тема 10 Кривые второго порядка. Канонические уравнения кривых.
Поверхности второго порядка**

Типовые задачи:

1. Построить гиперболу: $16x^2 - 9y^2 = 144$. Найти: полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения асимптот, уравнения директрис.
2. Определить вид кривой, её основные характеристики и построить график: $x^2 + y^2 + 4y = 0$.
3. Определить вид кривой, её основные характеристики и построить график: $x = 2y^2 - 12y + 14$.
4. Составить уравнение поверхности, полученной от вращения прямой линии $y=x$ вокруг оси OX .
5. Какую поверхность определяет уравнение $x^2 = y^2 + z^2$?

Примеры тестовых заданий:

1. Определить координаты фокусов эллипса: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Возможные варианты ответов:

- 1) $F_1(4,0), F_2(-4,0)$ 2) $F_1(-4,0), F_2(4,0)$ 3) $F_1(5,3), F_2(-5,3)$

2. Число $e = \frac{c}{a}$, $1 < e < \infty$ эксцентриситет кривой. Определить тип кривой.

Возможные варианты ответов:

- 1) эллипс; 2) парабола; 3) гипербола.

Тема 11 Комплексные числа

Типовые задачи:

1. Представить числа в алгебраической форме: 1) $\frac{5i}{1+2i}$, 2) $\frac{(3+2i)^2}{i-1} - \frac{i}{1+i}$
2. Найти модули и главные значения аргументов комплексных чисел: 1) $-i$; 2) -1 ; 3) $1-i$; 4) $\frac{1}{1+i}$; 5) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. Решить уравнения: 1) $z^3 - 27 = 0$, 2) $z^2 + 3z + 4 = 0$.

Примеры тестовых заданий:

1. Сколько различных корней имеет уравнение: $w^4 = 1$?
Возможные варианты ответов: 1) 2; 2) 4; 3) бесконечное множество.
2. Какие значения аргументов соответствуют комплексному числу: $\sqrt[3]{-1}$?
Возможные варианты ответов:
1) $\frac{1}{3}\rho$; 2) $\frac{3}{4}\rho$; 3) $\frac{5}{3}\rho$

Тема 12 Линейные пространства и собственные векторы

Типовые задачи:

1. Проверить образует ли линейное пространство множество L_0 всех векторов из R_n , у которых первая координата равна 1.
2. Найти собственные числа и собственные векторы линейных операторов, заданных своими матрицами:

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$

Найти соотношение национальных доходов.

Примеры тестовых заданий:

1. Оператор $\hat{A}$ в пространстве L_3 задан матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Какие из приведенных чисел являются собственными:

- 1) 5; 2) 3; 3) 4?

Возможные варианты ответов:

1)5; 2)4; 3)5 и 3.

2. Оператор $\hat{A}$ в пространстве L_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$. Какие из

приведенных векторов являются собственными векторами оператора?

$$\bar{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{x}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}?$$

Возможные варианты ответов:

1) $\bar{x}_1$, 2) $\bar{x}_2$, 3) $\bar{x}_3$.

4.4. Планы практической подготовки/лабораторных занятий

Практическая подготовка/лабораторные занятия не предусмотрены учебным планом.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов регламентируется Положением об организации самостоятельной работы студентов.

Основными видами учебных занятий для студентов по данному курсу учебной дисциплины являются: лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа студентов является составной частью их учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков, поиск и приобретение новых знаний.

Самостоятельная работа студентов включает в себя освоение теоретического материала на основе лекций, основной и дополнительной литературы; подготовку к семинарским занятиям в индивидуальном и групповом режиме. Советы по самостоятельной работе с точки зрения использования литературы, времени, глубины проработки темы и др., а также контроль за учебной деятельностью студента осуществляется во время практических занятий.

Целью преподавателя является стимулирование самостоятельного, углубленного изучения материала курса, хорошо структурированное, последовательное изложение теории на лекциях. А также отработка навыков решения задач на семинарских занятиях, контроль знаний студентов.

При подготовке к семинарским занятиям и выполнении контрольных заданий студентам следует использовать литературу из приведенного в данной

программе списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.

Перед каждым семинарским занятием студент изучает план семинарского занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием.

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к семинарскому (практическому) занятию и выполнению домашних заданий:

- проработать конспект лекций;
- проанализировать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу (модулю);
- изучить решения типовых задач;
- решить заданные домашние задания;
- при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

В конце каждого практического занятия студенты получают «домашнее задание» для закрепления пройденного материала. Домашние задания необходимо выполнять к каждому семинарскому занятию. Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на семинар или на индивидуальные консультации. Контрольные работы состоят из вопросов и задач, аналогичным задачам домашних заданий. Они оцениваются по 100 балльной системе в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации учебного процесса и оценки успеваемости студентов, и выполняются в учебные часы по расписанию в виде письменного решения индивидуальных контрольных заданий. Выше были приведены примерные варианты контрольных заданий.

Для более глубокого освоения дисциплины студентам рекомендуется больше решать задач из базового учебного пособия и задачника с тестами из списка основной литературы. На семинарских занятиях приветствуется способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективное решение поставленных проблем.

В процессе самостоятельного изучения студент обязан проработать перечисленные ниже темы, для углубления теоретических знаний и практических навыков, на основании методических рекомендаций по самостоятельной работе.

Темы для самостоятельного изучения

1. Цилиндрические поверхности.
2. Поверхности вращения. Конические поверхности.
3. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
4. Евклидово пространство, основные аксиомы, примеры.
5. Подпространство, его базис, размерность. Матрица перехода. Примеры подпространств.
6. Квадратичные формы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Бобылева, Т. Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебно-методическое пособие / Т. Н. Бобылева, Л. В. Кирьянова, Т. Н. Титова. — Москва: МИСИ-МГСУ, Ай Пи Ар Медиа, ЭБС АСВ, 2024. — 144 с. — ISBN 978-5-7264-3421-6. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/140483.html>.

2. Толстопятов, С. Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / С. Н. Толстопятов, И. В. Жерновская. — Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2024. — 95 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/156294.html>.

Дополнительная литература:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / составители А. В. Ряжских, А. А. Хвостов, Е. А. Соболева. — Воронеж: Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2023. — 89 с. — ISBN 978-5-7731-1088-0. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/131019.html>.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы и интернет-ресурсы

1. www.iprbookshop.ru – Электронно-библиотечная система «IPRbooks»
2. www.urait.ru – Образовательная платформа «ЮРАЙТ»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Основными видами учебных занятий являются лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Технология обучения носит пре-

имущественно традиционный характер с элементами компьютеризации в основном для презентаций лекционного материала и тестирования студентов. Материально-техническое обеспечение дисциплины - классическая доска, для показа презентаций видеопроектор, аудитория для самостоятельной работы студентов, читальный зал, библиотека. В соответствии с расписанием, предоставляется учебная аудитория. Для самостоятельной работы студентов имеется компьютер, оснащенный типовым пакетом системного и офисного ПО (Операционная система Microsoft Windows, Microsoft Office 2013. Программное обеспечение, входящее в типовой установочный пакет, получает обновление в автоматическом, установленном разработчиком (компанией Microsoft) порядке, посредством сети Интернет. Подтверждающие документы: Microsoft Open License: 64476071 Windows 8.1 Professional и Office Professional Plus 2013; Microsoft Open License : 65966487 Windows 10 Pro; Акт приема-передачи неисключительного ограниченного права на лицензионное ПО № ПРСЧ-12-04326 от 18.12.2013г., №558 от 18.12.2014г., №ПРСЧ-15-01353 от 10.11.2015г., №272 от 15.04.2016г. , бухгалтерские документы, подтверждающие факт приобретения лицензионного ПО), в соответствии с Реестром материально-технического обеспечения аудиторного фонда Университета управления "ТИСБИ".

8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине

Для оценки результатов обучения рекомендуется использовать модульно-рейтинговую систему оценивания знаний, умений и навыков студентов по окончании изучения каждого Модуля в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации образовательного процесса. Итоговая оценка (в баллах) складывается из баллов, набранных по каждому Модулю (семестровая оценка) и баллов, набранных, непосредственно на экзамене.

Расчет набранных баллов по дисциплине осуществляется в следующей последовательности:

$$C = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} \cdot 0,6$$
, где М – количество баллов по модулю; n – количество модулей

$$З = К \cdot 0,4$$
, где К - количество баллов на экзамене (зачете);

$$И = C + З + П$$
, где П – поощрительные баллы (от 1 до 5).

Оценка уровня сформированности компетенции

ОПК-1 «Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности» в части дисциплины «Математика (Алгебра и геометрия)»

№ п/п	Уровни сформированности компетенции	Основные признаки уровня	Инструменты оценки сформированности уровня
----------	---	--------------------------	--

1	2	3	4
1	Пороговый уровень (как минимально допустимый) (обязательный для всех студентов-выпускников вуза по завершении освоения ОПОП ВО) (от 60 до 70 баллов)	-знает исчисление матриц, определителей, методы решения систем линейных алгебраических уравнений, основы векторной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа, линейные пространства, понятия собственных значений и собственных векторов матрицы; -умеет осуществлять операции и выполнять преобразования над матрицами, вычислять определители; решать системы линейных алгебраических уравнений; -умеет выполнять построения в прямоугольной декартовой системе координат, записывать уравнения плоскостей, прямых, определять типы кривых 2-го порядка и поверхностей в пространстве R^3; -владеет базовыми методами решения типовых задач линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии.	Выступление на семинаре Индивидуальные домашние задания Тестирование Экзамен
2	Базовый уровень (относительно порогового уровня) (От 71 до 85 баллов)	-знает исчисление матриц, определителей, методы решения систем линейных алгебраических уравнений, основы векторной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа, линейные пространства, понятия собственных значений и собственных векторов матрицы; -умеет осуществлять операции и выполнять преобразования над матрицами, вычислять определители; решать системы линейных алгебраических уравнений, находить собственные векторы и собственные значения; -умеет записывать уравнения плоскостей, прямых, определять типы кривых 2-го порядка и поверхностей в пространстве R^3, использовать аппарат линейной и векторной алгебры в	Выступление на семинаре Индивидуальные домашние задания Тестирование Контрольная работа Экзамен

		аналитической геометрии; -умеет выполнять построения в прямоугольной декартовой системе координат, исследовать различные виды уравнения прямой, плоскостей, кривых и поверхностей второго порядка; -владеет методами решения стандартных задач линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии.	
3	Повышенный уровень (относительно порогового уровня) (От 86 до 100 баллов)	-знает исчисление матриц, определителей, методы решения систем линейных алгебраических уравнений, основы векторной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа, линейные пространства, понятия собственных значений и собственных векторов матрицы; -умеет осуществлять операции и выполнять преобразования над матрицами, вычислять определители; решать системы линейных алгебраических уравнений, находить собственные векторы и собственные значения; -умеет записывать уравнения плоскостей, прямых, определять типы кривых 2-го порядка и поверхностей в пространстве R^3, использовать аппарат линейной и векторной алгебры в аналитической геометрии; -умеет выполнять построения в прямоугольной декартовой системе координат, исследовать различные виды уравнения прямой, плоскостей, кривых и поверхностей второго порядка, классифицировать кривые и поверхности второго порядка с помощью инвариантов. -умеет обобщать уравнения прямой и кривых 2-го порядка на плоскости на случай трехмерного пространства. -владеет алгебро-геометриче-	Выступление на семинаре Индивидуальные домашние задания; решение практических задач с аналитическими выводами Тестирование Контрольная работа Экзамен

		ские методами и моделированием при решении прикладных задач.	
--	--	--	--